

La legge di Planck

Introduzione: il calore radiante.

Il calore viene trasferito con tre meccanismi: conduzione, convezione, irraggiamento.

L'irraggiamento è particolare perché, al contrario degli altri due meccanismi, non ha bisogno di un mezzo e si propaga quindi benissimo nel vuoto, come dimostra il fatto che la Terra è riscaldata dal Sole, che dista circa 150 milioni di km.

Il calore radiante è radiazione elettromagnetica, un tipo di energia con molti nomi: onde radio, luce visibile, infrarossi, ultravioletti, raggi X, raggi γ , ...

La legge di Stefan-Boltzmann

Il calore irraggiato da un corpo nell'unità di tempo è direttamente proporzionale all'area della superficie emittente e alla quarta potenza della temperatura assoluta;

$$P = \eta \sigma AT^4 \quad (1)$$

il coefficiente η è l'emissività del corpo ed è un numero compreso tra 0 e 1, mentre σ è la costante di Stefan e vale $\sigma \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ \text{K})$. La legge dell'irraggiamento fu ottenuta sperimentalmente da J. Stefan nel 1879 e confermata teoricamente da L. Boltzmann pochi anni dopo (legge di Stefan-Boltzmann).

Come si verifica d'estate, quando ci si veste di chiaro, il calore radiante viene assorbito dai corpi con un meccanismo analogo: la potenza assorbita è ancora direttamente proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta dell'ambiente circostante, all'area, a un coefficiente di assorbimento α compreso tra 0 e 1 e a σ , la costante di Stefan.

$$P' = \alpha \sigma AT^4$$

Un corpo a temperatura T immerso in un ambiente a temperatura T_0 emette o assorbe energia a seconda che sia $T > T_0$ oppure $T < T_0$. Se $T = T_0$ il corpo è in equilibrio con l'ambiente ed emette tanta energia quanta ne assorbe. Da questa eguaglianza risulta $\alpha = \sigma$, Vi è quindi una sola legge che governa sia l'assorbimento che l'emissione.

Per un corpo a temperatura T immerso in un ambiente a temperatura T_0 si scrive

$$P = \eta \sigma A (T^4 - T_0^4) \quad (2)$$

Per $T > T_0$ il corpo emette energia nell'ambiente ed è $P > 0$, per $T < T_0$ il corpo assorbe energia dall'ambiente e $P < 0$.

Esempi

Esempio 1. A causa l'irraggiamento, un uomo nudo in un ambiente a 18°C [291 K] disperde calore attraverso la pelle. Supponendo che la superficie del corpo umano misuri circa 1.3 m^2 , che la temperatura della pelle sia 33°C [306 K] e la pelle si comporti come un corpo nero (e in effetti è proprio così), si ha

$$P_{\text{diss.}} = 5.67 \times 10^{-8} \times 1.3 \times (306^4 - 291^4) = 118\text{ W}$$

un valore superiore al metabolismo basale di circa 100 W , pari ad un regime alimentare che fornisca circa 2000 cal al giorno

Quindi l'energia prodotta internamente non basta a compensare le perdite per radiazione. Occorre vestirsi, impedendo che il corpo irraggi liberamente energia all'esterno. Vivere nudi è possibile, ma solo dove la temperatura media supera i 27°C [300 K]. Infatti

$$P_{\text{diss.}} = 5.67 \times 10^{-8} \times 1.3 \times (306^4 - 300^4) = 43\text{ W}$$

meno della metà del metabolismo basale.

Il corpo nero

Un corpo che assorbe tutta la radiazione che gli cade sopra si chiama *corpo nero*. Per un corpo nero l'emissività (ovvero l'assorbimento) vale 1: il corpo emette/assorbe tutta l'energia possibile per quella data temperatura. Per un corpo nero l'energia emessa in un secondo da 1 m^2 di superficie è $P = \sigma T^4$.

Il corpo nero è un modello ideale, nella pratica molto utile perché il suo comportamento può essere calcolato teoricamente.

Buone approssimazioni di un corpo nero ideale sono le superfici nere ed opache, come quelle dei collettori solari, ma è una cavità con un piccolo foro che approssima meglio il corpo nero ideale: la radiazione che cade sul foro rimane intrappolata all'interno. Per inciso, questa è la ragione per cui un lungo corridoio appare

scuro: la luce viene quasi totalmente assorbita dalle pareti e solo quel poco che riemerge raggiunge i nostri occhi.

Maggiore è la temperatura, più energia il corpo nero emette, ma l'energia emessa non è la stessa per tutte le lunghezze d'onda e la distribuzione dell'energia in funzione della lunghezza d'onda dipende dalla temperatura.

A temperature minori di circa 600 °C la radiazione emessa cade nell'infrarosso ed è invisibile. A circa 600 °C il corpo emana una radiazione rosso cupo; aumentando la temperatura la luce emessa appare rosso brillante, poi arancio e infine bianca.

La legge dello *spostamento di Wien* mette in relazione la lunghezza d'onda del picco di energia emessa e la temperatura del corpo nero: la lunghezza d'onda è inversamente proporzionale alla temperatura; è

$$\lambda_{max} = \frac{C}{T}, \quad \text{dove } C \approx 2\,898 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (3)$$

Esempi

Esempio 2. La superficie del Sole (*fotosfera*) è a circa 6 000 K; la lunghezza d'onda per cui lo spettro della luce emessa dal Sole ha il massimo è

$$\lambda_{max} = \frac{2\,898}{6\,000} \approx 480 \times 10^{-3} \mu\text{m} = 480 \text{ nm}$$

e cade nella luce visibile, in particolare nel giallo-verde, lunghezza d'onda per cui è anche massima la sensibilità dell'occhio.

Esempio 3. la temperatura del filamento di una lampadina è intorno a 2 300 K e la luce è bianca, ma solo apparentemente⁽¹⁾. Infatti la legge dello spostamento di Wien colloca il picco di emissione a

$$\lambda_{max} = \frac{2\,898}{2\,300} \approx 1.26 \mu\text{m}$$

una lunghezza d'onda nell'infrarosso vicino. Poiché la curva di emissione ha forma a campana, la potenza nel visibile della radiazione emessa diminuisce dal rosso al blu.

⁽¹⁾ Apparentemente, perché la lunghezza d'onda dominante è rossa, come sa bene chi fotografa in interni.

Esempio 4. La temperatura dell'acqua di un torrente è intorno a 10 °C [283 K], quella delle foglie di un albero esposto al sole è intorno ai 40 °C [313 K], mentre la sabbia rovente è intorno ai 60 °C [333 K]. Le radiazioni emesse hanno il picco di emissione a

$$\begin{aligned}\lambda_{max1} &= \frac{2898}{283} \approx 10.24 \mu\text{m}, \\ \lambda_{max2} &= \frac{2898}{313} \approx 9.26 \mu\text{m}, \\ \lambda_{max3} &= \frac{2898}{333} \approx 8.70 \mu\text{m}\end{aligned}$$

tutte nell'infrarosso detto appunto *termico*, ma ben distinguibili tra loro per via della relativamente grande differenza di lunghezza d'onda del picco di emissione.

Esempio 5. Esistono da anni dispositivi a semiconduttori che permettono di visualizzare (restituendole in *falsi colori*) le differenti emissioni di infrarossi termici dovute a temperature relativamente basse (minori di 100 °C) e di distinguere, in base alla lunghezza d'onda della radiazione emessa, le zone aride da quelle con vegetazione o da quelle con acqua come fiumi, laghi, paludi, nonchè rilevare le perdite di calore in un edificio (*termografia*).

La radiazione solare

La radiazione proveniente dal Sole che arriva sulla Terra è molto simile a quella di un corpo nero alla temperatura di circa 6000 K.

Circa il 45% della radiazione emessa cade nel visibile (400 – 700 nm), un altro 47% cade nell'infrarosso e infine l'8% nell'ultravioletto.

La distanza Sole-Terra è di circa 150 milioni di km e la Terra intercetta⁽³⁾ soltanto circa mezzo miliardesimo di tutta l'energia emessa dal Sole. Una quantità piccola, ma che permette l'esistenza. Il flusso di energia non è costante: tra il perielio (massima distanza, inizio di gennaio) e l'afelio (minima distanza,

⁽³⁾ Assimilando la Terra a una sfera, l'area della sezione retta è $S_T = \pi R_T^2 = \pi(6.37 \times 10^3)^2 \approx 4.06 \times 10^7 \text{ km}^2$, mentre la superficie della sfera che ha come raggio la distanza Sole-Terra è $S_S = 4\pi R_{ST}^2 = 4\pi(1.5 \times 10^8)^2 \approx 9.0 \times 10^{16} \text{ km}^2$. Poiché il flusso totale di radiazione emessa dal Sole è distribuito sulla sfera, il rapporto tra le aree è la frazione di energia intercettata dalla Terra e vale $4.06 \times 10^7 / 9.0 \times 10^{16} \approx 0.45 \times 10^{-9}$.

inizio di luglio) la radiazione varia da circa $1\,300\text{ W/m}^2$ a circa $1\,400\text{ W/m}^2$. In media è intorno a $1\,350\text{ W/m}^2$. Questa energia viene in parte assorbita dall'atmosfera e a livello del suolo arriva circa 1 kW/m^2 in condizioni di cielo sereno. Se il cielo è coperto, la radiazione cade a qualche decina di watt al m^2 .

La radiazione solare totale che cade sulla Terra è pari a circa $1.7 \times 10^{17}\text{ W}$, ma solo la metà raggiunge la superficie della Terra. In media, ogni m^2 di superficie riceve circa 170 W e quindi circa 4 kWh al giorno.

Il dato medio non rispecchia l'andamento stagionale: in un giorno d'estate, con molte ore di luce e il Sole alto nel cielo, su 1 m^2 potrebbe cadere radiazione per circa $30 \times 10^6\text{ J}$, mentre d'inverno, con poche ore di luce e il Sole basso sull'orizzonte, al massimo solo $10 \times 10^6\text{ J}$.

L'energia che non arriva al suolo viene assorbita e diffusa dall'atmosfera. Il colore blu del cielo è dovuto alla diffusione selettiva di questa componente della luce solare da parte delle molecole dei gas presenti ad alta quota. A quote più alte gli ultravioletti ionizzano i gas rarefatti (ionosfera), permettendo così le comunicazioni radio a lunga distanza mentre gli infrarossi vengono assorbiti dalla CO_2 e dal vapor acqueo. In particolare il vapor d'acqua mostra picchi di risonanza in tutto lo spettro infrarosso.

L'atmosfera

L'atmosfera è il guscio gassoso che circonda la Terra. Convenzionalmente si usa un modello a strati, che si susseguono in base alle principali caratteristiche.

La *troposfera* si estende dal livello del mare a $11\,000\text{ m}$ di quota, dove volano gli aerei di linea. È lo strato in cui avvengono i fenomeni meteorologici. Al suolo la pressione è di circa $1 \times 10^5\text{ Pa}$, al limite della troposfera è $\approx 2 \times 10^4\text{ Pa}$. La temperatura scende con andamento lineare da $15\text{ }^\circ\text{C}$ a livello del mare a circa $-60\text{ }^\circ\text{C}$ al limite della troposfera.

La *stratosfera* è lo strato tra 11 e 47 km di quota. Nello strato da 11 a 20 km , detto *tropopausa*, la temperatura rimane sensibilmente costante e pari alla temperatura alla fine della troposfera; poi la temperatura risale fino a pochi centigradi sotto lo zero. Alla fine di questo strato inizia una zona a temperatura costante alta una decina di km detta *stratopausa*, condivisa con l'inizio della mesosfera. La pressione finale è di $\approx 10^2\text{ Pa}$

La *mesosfera* si estende da ≈ 45 a ≈ 85 km di quota. Dopo la stratopausa la temperatura ridiscende fino a un minimo di -90°C . Alla fine dello strato inizia la *mesopausa*, una zona alta circa 15 km, condivisa con la termosfera. Alla fine della mesosfera inizia anche la *ionosfera*, uno strato caratterizzato dalla ionizzazione dei gas presenti ad opera dei raggi ultravioletti emessi dal Sole che si estende sino a circa 350 km di altezza. I gas ionizzati sono conduttivi ed è questo strato conduttivo che permette di comunicare con gli antipodi in onde corte riflettendo le onde radio e in pratica agendo, insieme alla superficie terrestre, da guida d'onda. La pressione finale è circa 0.5 Pa.

La *termosfera*: da ≈ 85 a ≈ 120 km. La temperatura in questo strato risale progressivamente sino a oltre 60°C . La pressione varia da $5 \times 10^{-1}\text{Pa}$ a $5 \times 10^{-3}\text{Pa}$. Non ha molto senso parlare di pressione in un gas molto rarefatto. Tuttavia è la presenza di gas, per quanto rarefatto, che pregiudica la durata dei satelliti in orbita bassa (100 – 500 km di quota). L'attrito con il gas presente riduce la velocità e la quota orbitale inevitabilmente si abbassa.

Temperatura dell'atmosfera

Per la temperatura della troposfera, lo strato dell'atmosfera compreso tra la quota zero (livello del mare) e 11 000 m di altezza, le misure dirette con palloni-sonda hanno portato a formulare la legge empirica

$$T(h) \approx 290 - 6,5 \times 10^{-3}h \quad [\text{K}] \quad T(h) \approx 15 - 6,5 \times 10^{-3}h \quad [^\circ\text{C}]$$

valida per l'atmosfera internazionale, un modello dell'atmosfera che viene comunemente usato in aerodinamica e dall'aviazione. In accordo con i dati sperimentali, al limite della troposfera la temperatura è di circa 216 K (-57°C). La variazione di temperatura è lineare con la quota e la legge funziona se si trascurano gli effetti dovuti al riscaldamento solare o alle correnti fredde negli strati più bassi. Naturalmente accade che la temperatura al suolo sia diversa da 15°C , molto inferiore o molto superiore, (la minima registrata storicamente è -80°C , la massima $+70^\circ\text{C}$), ma questi valori sono relativi agli strati più bassi e innalzandosi di quota i valori tornano a confermare l'andamento previsto.

Esempio 6. Un tipico fenomeno invernale della pianura padana è l'*inversione termica*: gli strati di aria fredda, più densa e pesante, permangono a ridosso del suolo poiché, in assenza di venti, l'aria fredda degli strati inferiori non si mescola con l'aria degli strati superiori a temperatura maggiore.

Composizione dell'atmosfera

L'atmosfera è formata da una miscela di gas: azoto (N_2 , pm 70, circa il 78%), ossigeno (O_2 , pm 32, circa il 21% e piccole percentuali di argon Ar (un gas inerte pesante, pa 40, circa 1%), anidride carbonica, (CO_2 , pm 44, 370 ppm, 0.037%) e vapor acqueo (H_2O , pm 14), la cui concentrazione dipende dalla temperatura. La composizione non è costante, ma dipende dall'altezza.

La pressione esercitata dall'aria è pari alla somma delle *pressioni parziali* esercitate dai gas presi separatamente: ciascun gas esercita la pressione che avrebbe se occupasse tutta l'atmosfera da solo (legge di Dalton).

L'aria standard ha densità $\gamma \approx 1.29 \text{ kg/m}^3$ a livello del mare.

Il vapor acqueo

Con *vapor acqueo* si intende l'acqua vaporizzata, sotto forma cioè di un gas di H_2O e mescolata agli altri gas dell'atmosfera. Poiché il calore assorbito oppure ceduto nel cambiamento di stato liquido $\leftrightarrow$ vapore è particolarmente grande (circa 540 kcal/kg, cioè 2.26 MJ/kg), si comprende come il vapor acqueo, con la sua capacità di assorbire, per risonanza delle molecole d'acqua, energia radiante praticamente in tutto lo spettro infrarosso, costituisca un vero e proprio motore termico che variandone il contenuto di energia fa variare pressione, volume e temperatura delle masse di gas e vapore che costituiscono l'atmosfera.

Pressione di vapore

Se a un volume di aria si aggiunge altro vapor acqueo, la sua pressione parziale cresce; quando, ad un certo punto, la pressione parziale raggiunge la pressione di vapore (saturo) dell'acqua a quella temperatura, l'aria non può assorbire altro vapor acqueo: il vapor acqueo in eccesso rispetto alla pressione di saturazione comincia a condensarsi sotto forma di nebbia e/o pioggia se la temperatura ambiente supera lo zero, sotto forma di brina o neve se la temperatura ambiente è inferiore allo zero.

Il rapporto tra la pressione parziale del vapor d'acqua e la pressione di vapore saturo a quella temperatura è l'*umidità relativa*, espressa solitamente in percentuale:

$$\text{umidità relativa} = \frac{\text{pressione parziale H}_2\text{O}}{\text{pressione di vapore saturo}} \times 100$$

Pressione p e massa m per m^3 del vapore d'acqua saturo in funzione della temperatura T .

$T [^\circ\text{C}]$	$p [\text{kPa}]$	$m [\times 10^{-3} \text{ kg}]$
-20	0.10	0.9
-10	0.26	2.2
0	0.61	4.8
10	1.23	9.4
20	2.34	17.3
30	4.24	30.4
40	7.38	50.7
50	12.3	82.3

Il calore totale contenuto in una miscela di 1 kg di aria secca e v kg di vapor acqueo si calcola con la formula approssimata

$$c = 0.24 T + v(595 + 0.46 T) \text{ kcal}$$

Calore radiante e atmosfera

La presenza di vapor d'acqua e anidride carbonica è l'origine dell'assorbimento di circa il 70% della radiazione solare che giunge sulla Terra. In particolare, il vapor d'acqua assorbe sia nell'infrarosso, con forti bande di assorbimento per $\lambda \approx 2500, 1950, 1450 \text{ nm}$ e altre di minore intensità a $\approx 1200, 970, 930, 920, 730 \text{ nm}$, che nell'ultravioletto con un picco intorno ai 60 nm .

In effetti lo spettro di assorbimento del vapor acqueo si estende su un intervallo notevole: dalle onde radio millimetriche (microonde) all'ultravioletto, un effetto di cui bisogna tenere conto sia nella rilevazione satellitare che in astronomia e radioastronomia.

Dalla presenza di vapor acqueo nell'atmosfera dipende l'assorbimento di circa il 60% della radiazione termica emessa dalla Terra (*effetto-serra*). L'anidride carbonica, con bande di assorbimento intorno a $2000, 1600, 1400 \text{ nm}$, riempie i vuoti lasciati dallo spettro del vapor acqueo, ma nei fatti contribuisce all'effetto-serra solo per circa il 26%. Tuttavia, l'effetto di questo ulteriore riscaldamento dovuto all'anidride carbonica è l'aumento di temperatura

dell'atmosfera che può quindi contenere più vapor acqueo, il quale assorbe quindi più radiazione che quindi riscalda ancor di più l'atmosfera che . . . : un processo che si autosostiene e porterebbe alla deriva termica della Terra verso temperature sempre maggiori⁽⁴⁾ se non vi fosse una *finestra* di minimo assorbimento che si estende all'incirca da 800 a 1 400 nm, nell'infrarosso detto *vicino*, e da 800 a 200 nm nella luce visibile e nell'ultravioletto.

Attraverso questa finestra nell'altrimenti continuo spettro di assorbimento combinato di vapor acqueo e anidride carbonica la Terra dissipa calore in forma di radiazione termica; la stessa finestra viene sfruttata per l'osservazione satellitare della superficie terrestre nella banda dell'infrarosso vicino e della luce visibile.

Pressione atmosferica

La pressione a livello del mare è il peso della colonna di aria che insiste su una superficie di 1 m². Per molti anni si è misurata la pressione in millibar o in millimetri di mercurio (per via del barometro a mercurio).

Attualmente la pressione si misura in Pa (Pascal, in onore di B. Pascal 1623 - 1662). Un Pa corrisponde alla forza di 1 N distribuita su 1 m² di area. È una unità molto piccola e la pressione di una Atm (atmosfera fisica), cioè 760 mm di mercurio a 0°C, si traduce in 101 320 Pa = 1 013.2 millibar. Per rendere le cose interpretabili secondo il vecchio modo di misurare la pressione, il millibar è stato sostituito dall'etto-pascal (hPa) che equivale al millibar: quindi la pressione atmosferica che si legge nelle previsioni del tempo, ad esempio "1 020 etto-pascal", equivale numericamente ai noti "1 020 millibar"

La pressione non è costante con la quota: approssimativamente⁽⁵⁾ la pressione si dimezza ogni 5 500 m di quota, ovvero vale

$$p(h) \approx p_0 2^{-h/5\,500} \quad p_0 = 101.3 \text{ kPa}$$

dove p_0 è la pressione al livello del mare, misurata con la relativa unità, e la quota h è misurata in metri.

⁽⁴⁾ Un esempio estremo è Venere, un pianeta la cui atmosfera è costituita per il 97% da CO₂; a causa del conseguente effetto-serra la temperatura al suolo su Venere è circa 450 °C.

⁽⁵⁾ A 7 km di quota la pressione calcolata è circa il 2% in eccesso rispetto a quella misurata; l'errore aumenta con la quota e diventa circa il 13% in eccesso al limite della troposfera.

Così la pressione a $h = 5\,500$ m è circa la metà di quella al livello del mare, ma già a soli 1 500 m, una quota che qualsiasi escursionista raggiunge senza difficoltà, è solo meno dell'85% della pressione al livello del mare.

Trasporto del calore

L'aria come gli altri gas, non conduce bene il calore: il meccanismo preferenziale è la *convezione* dovuta alla spinta di Archimede prodotta dalla differenza di densità tra l'aria calda e quella fredda circostante: l'aria si riscalda per contatto con un corpo a temperatura maggiore (ad esempio, un calorifero, la sabbia del deserto, l'acqua di un lago o del mare), si espande diminuendo di densità, la spinta di Archimede la fa salire lasciando posto per altra aria che si scalda. Si forma una cella convettiva, una colonna di aria relativamente calda che si innalza nell'aria relativamente più fredda circostante. Nei fatti le celle sono molte e affiancate e sollevano grandi quantità di aria. A questo punto la pressione atmosferica localmente si abbassa e altra aria viene richiamata dalle circostanti zone a pressione maggiore. Questo fenomeno costituisce l'origine, sia su scala locale (brezze) che su scala planetaria (i venti che generano le perturbazioni) della circolazione atmosferica. In tal modo l'energia termica viene trasportata anche a grande distanza: lo scirocco che investe l'Italia periodicamente ne è un esempio.

L'abbassamento della temperatura della massa d'aria, più spesso per lo scontro con correnti di aria più fredda provocano le precipitazioni (pioggia, neve). Su scala locale l'eccesso di vapor acqueo dovuto alla rapida evaporazione dell'acqua al suolo (terra e piante) forma delle celle verticali di vapor acqueo soprasaturo (cumuli) che innalzandosi, raggiungono zone dell'atmosfera con temperature relativamente basse, intorno o addirittura sotto lo zero (quota dello zero termico) in cui si possono innescare fenomeni violenti (temporali, grandine).

In tal modo, gli inevitabili squilibri locali e globali di energia termica disponibile nell'atmosfera ne creano la dinamica, che talvolta, per il concorrere di cause che ancora non si riescono a interpretare e prevedere con sufficiente precisione, si manifesta con fenomeni a volte molto energici su una scala molto variabile, dal fenomeno che interessa una singola valle alpina agli uragani che sconvolgono interi continenti.